

KODOVI



1

Pored informacija o vrednostima prikazanih brojno, digitalni sistem obrađuje i druge informacije.

Te informacije su takođe predstavljene kombinacijama logičkih nula i jedinica odnosno „kodovane“ su.

Na primer svaki procesor sadrži neku vrstu registra u kojem se čuvaju informacije o izvršenim aritmetičkim operacijama
Program status register (PSR) - Flag register - Condition code register (CCR)

Na primer informacija je kodovana u bitima

C – Carry flag – rezultat sabiranja, oduzimanja; može da se tretira i kao borrow

Z – Zero flag – rezultat je nula

S/N – Sign, Negative flag – rezultat je negativan

V/O/W – Overflow flag – rezultat operacije u drugom kompletnetu ima overflow

...

Sam „hardver“ ne vodi računa ako je nastupilo prekoračenje opsega.

Ali na višem „programskom“ nivou korisnik može da proverava informaciju, kodovanu u PSR, da li je prilikom aritmetičkih operacija nastupilo prekoračenje i da, ako smatra da su potrebne, preduzme odgovarajuće akcije.



2

Kodovi za slova, brojeve, oznake, ..., zapisanih u tekstu, prikazanih na ekranu, ...

ASCII - American Standard Code for Information Interchange

ANSI - American National Standards Institute

USASCII code chart

Bits				Column								
b7	b6	b5	b4	0	0	0	0	1	1	1	1	1
b3	b2	b1	Row	0	1	2	3	4	5	6	7	
0	0	0	0	NUL	DLE	SP	@	P	\	p		
0	0	0	1	SOH	DC1	!	A	Q	a	q		
0	0	1	0	2	STX	DC2	"	B	R	b	r	
0	0	1	1	3	ETX	DC3	#	C	S	c	s	
0	1	0	0	4	EOT	DC4	\$	D	T	d	t	
0	1	0	1	5	ENQ	NAK	%	E	U	e	u	
0	1	1	0	6	ACK	SYN	&	F	V	f	v	
0	1	1	1	7	BEL	ETB	'	G	W	g	w	
1	0	0	0	8	BS	CAN	(H	X	h	x	
1	0	0	1	9	HT	EM)	I	Y	i	y	
1	0	1	0	10	LF	SUB	*	J	Z	j	z	
1	0	1	1	11	VT	ESC	+	K	[k	{	
1	1	0	0	12	FF	FS	,	L	\	l		
1	1	0	1	13	CR	GS	-	M]	m	}	
1	1	1	0	14	SO	RS	.	N	^	n	~	
1	1	1	1	15	SI	US	/	O	_	o	DEL	

Nije „slučajno“

„1“ = 0x31

„1“-0x30=1

...

„P“ = 0x50

„P“+0x20=„p“

...

MS Windows-1252

UTF-8

...

ISO - International Organization for Standardization
ISO 8859

...



Katedra za elektroniku
prof dr Lazar Saranovac

Digitalna elektronika 1 - 2021/22

3

3

BCD kodovi

BCD – Binary Coded Decimal

CIFRA	8 4 2 1	Više 3 Stibitz code	2 4 2 1 Aiken-Code	8 4 – 2 – 1
0	0000	0011	0000	0000
1	0001	0100	0001	0111
2	0010	0101	0010	0110
3	0011	0110	0011	0101
4	0100	0111	0100	0100
5	0101	1000	1011	1011
6	0110	1001	1100	1010
7	0111	1010	1101	1001
8	1000	1011	1110	1000
9	1001	1100	1111	1111

...

Autokomplementarni – primer crveno



Katedra za elektroniku
prof dr Lazar Saranovac

Digitalna elektronika 1 - 2021/22

4

4

BCD aritmetika

Binarna aritmetika – kao prikazati brojeve, cifre, u tekstu, na ekranu ...
Izdvajanje cifara BV/10 – rezultat + ostatak što je cifra najmanje težine
ltd ...

$$59_{10} + 13_{10} = ?$$

$$59_{10} + 13_{10} = 0101\ 1001_{BCD} + 0001\ 0011_{BCD}$$

	0	1	0	1		1	0	0	1
+	0	0	0	1		0	0	1	1
R	0	1	1	0		1	1	0	0
+						0	1	1	0
+ prenos				1					
R	0	1	1	1		0	0	1	0

}
}

7
2

$-10 + 16 \equiv +6$
Komplement osnove



5

BCD aritmetika

$$43_{10} - 19_{10} = ?$$

$$43_{10} - 19_{10} = 0100\ 0011_{BCD} - 0001\ 1001_{BCD} = 43_{10} + 81_{10} = 0100\ 0011_{BCD} + 1000\ 0001_{BCD}$$

		0	1	0	0		0	0	1	1
+		1	0	0	0		0	0	0	1
R		1	1	0	0		0	1	0	0
+		0	1	1	0					
R	1	0	0	1	0		0	1	0	0

}
}

2
4



6

BCD aritmetika

$$19_{10} - 53_{10} = ?$$

$$19_{10} - 43_{10} = 0001\ 1001_{BCD} - 0100\ 0011_{BCD} = 19_{10} + 57_{10} = 0001\ 1001_{BCD} + 0101\ 0111_{BCD}$$

	0	0	0	1		1	0	0	1
+	0	1	0	1		0	1	1	1
R	0	1	1	0		0	0	0	0
+prenos				1					
						0	1	1	0
R	0	1	1	1		0	1	1	0

}
}
7
6

Crveno +16 a treba samo +10, znači dodaj 6 na donju cifru

$$76_{10} = -24_{10}$$



Double dabble algoritam

Kako „čitati“, pretvarati binarnu vrednost u decimalnu.

Binarni broj se čita sa levo na desno.

Duplira se ako se naide na 0.

Duplira se i dodaje 1 ako se naide na 1

11110011

11110011 - jedan

11110011 – jedan puta 2 plus 1 = tri

11110011 – tri puta 2 plus 1 = sedam

11110011 – sedam puta 2 plus 1 = petnaest

11110011 – petnaest puta 2 = trideset

11110011 – trideset puta 2 = šezdeset

11110011 – šezdeset puta 2 plus 1 = sto dvadeset jedan

11110011 – sto dvadeset jedan puta 2 plus 1 = dvesto četrdeset tri

$$c_{n-1}2^{n-1} + c_{n-2}2^{n-2} + c_{n-3}2^{n-3} + \dots + c_22^2 + c_12^1 + c_02^0 =$$

$$\left(\left(\dots \left(\left(\left(c_{n-1} \times 2 \right) + c_{n-2} \right) \times 2 \right) + c_{n-3} \right) \times 2 + \dots + c_2 \right) \times 2 + c_1 \right) \times 2 + c_0$$



			1	1	1	1	0	0	1	1
			0	1	1	0				
15		1	0	1	0	1				
		1	0	1	0	1	0			
				0	1	1	0			
30		1	1	0	0	0	0			
60		1	1	0	0	0	0	0		
		1	1	0	0	0	0	0	1	
		0	1	1	0					
121	1	0	0	1	0	0	0	0	1	
243	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1



			1	1	1	1	0	0	1	1
			0	1	1					
		1	0	1	0					
		1	0	1	0	1				
				0	1	1				
		1	1	0	0	0				
		1	1	0	0	0	0			
		0	1	1						
	1	0	0	1	0	0	0			
	1	0	0	1	0	0	0	0		
	1	0	0	1	0	0	0	0	1	
	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1



Shift and Add-3 Algorithm

1. Pomeri u levo binarnu vrednost
2. Ako je broj pomeraja 8 konverzija je završena
3. Ako je posle svakog pomeraja vrednost u nekoj koloni veća od 4 dodaj 3 na tu vrednost.
4. Idi na 1

	100	10	1	binary
				1 1 1 1 0 0 1 1
<<			1	1 1 1 0 0 1 1
<<			1 1	1 1 0 0 1 1
<<			1 1 1	1 0 0 1 1
ADD 3			0 1 1	
R			1 0 1 0	1 0 0 1 1
<<		1	0 1 0 1	0 0 1 1
ADD 3			0 1 1	
R		1	1 0 0 0	0 0 1 1
<<		1 1	0 0 0 0	0 1 1
<<		1 1 0	0 0 0 0	1 1
ADD 3		0 1 1		
R		1 0 0 1	0 0 0 0	1 1
<<	1	0 0 1 0	0 0 0 1	1
<<	1 0	0 1 0 0	0 0 1 1	
	2	4	3	



FLOATING POINT FORMAT

Standard IEEE 754

IEEE - Institute of Electrical and Electronics Engineers

$$V = (-1)^{\text{znak}} \times \text{mantisa} \times \text{osnova}^{\text{eksponent}}$$

$$\text{znak} = S \in \{0,1\}$$

$$S = 0 \rightarrow \text{pozitivni}$$

$$S = 1 \rightarrow \text{negativni}$$

$$\text{mantisa} = 1.F$$

F – frakcija koja je u zapisu

1 – skriveni bit koji se podrazumeva, ne postoji u zapisu

$$\text{eksponent} = E - B$$

E se zapisuje sa k bita

$$B = 2^{k-1} - 1$$

Zapis - SEF



PRIMER 13.25 prikazati u FPF sa 32 bita (1 bit znaka, 8 bita eksponent, 23 bita frakcija)

$$13.25_{10} = 1101.01_2$$

$$1101.01_2 = 1.10101 \times 2^3$$

$$S = 0$$

$$F = 1010100 \dots$$

$$E = 3 + 127 = 130_{10} = 10000010_2$$

Zapis 0 10000010 1010100000000000000000

PRIMER vrednost broja prikazanog u FPF 1 10000110 0100100000000000000000

$$S = 1$$

$$F = 0100100 \dots$$

$$\text{mantisa} = 1.01001_2$$

$$E = 10000110_2 = 134_{10} = 127 + 7 \quad \text{eksponent} = E - B = 7$$

$$V = (-1)^1 \times 1.01001_2 \times 2^7 = -101001_2 = -164_{10}$$



- (a) If $1 < E < 254$, then $V = (-1)^S 2^{E-127}(1.F)$ (normalized FP number)
- (b) If $E = 255$ and $F \neq 0$, then $V = \text{NaN}$ (not a number)
- (c) If $E = 255$ and $F = 0$, then $V = (-1)^S \infty$ (plus and minus infinity)
- (d) If $E = 0$ and $F \neq 0$, then $V = (-1)^S 2^{-126}(0.F)$ (denormal, gradual underflow)
- (e) If $E = 0$ and $F = 0$, then $V = (-1)^S 0$ (positive and negative zero)



FPF zaokruživanje

1. Zaokruživanje na najbližu vrednost
- na najbližu parnu vrednost
 - na najbližu vrednost „od nule“

2. Direktno zaokruživanje
- prema nuli
 - prema + beskonačno
 - prema - beskonačno

Mod	Primer			
	+11.5	+12.5	-11.5	-12.5
Na najbližu parnu vrednost	+12.0	+12.0	-12.0	-12.0
Na najbližu vrednost „od nule“	+12.0	+13.0	-12.0	-13.0
Prema nuli	+11.0	+12.0	-11.0	-12.0
Prema $+\infty$	+12.0	+13.0	-11.0	-12.0
Prema $-\infty$	+11.0	+12.0	-12.0	-13.0



SPECIJALNI KODOVI

Decimalni kod	Binarni kod	Termometarski kod	„one hot“ kod
0	000	0000000	00000001
1	001	0000001	00000010
2	010	0000011	00000100
3	011	0000111	00001000
4	100	0001111	00010000
5	101	0011111	00100000
6	110	0111111	01000000
7	111	1111111	10000000

8 od 8

8 od 128

8 od 256

Termometarski kod – težinski – svi biti težine 1

„one hot“ – „jedan od“ – težinski – biti težine 1,2,3,4...6,7



Grejov (Gray) kod

Decimalni kod	Binarni kod	Grejov kod	Grejov BCD kod
0	0000	0000	0000
1	0001	0001	0001
2	0010	0011	0011
3	0011	0010	0010
4	0100	0110	0110
5	0101	0111	0111
6	0110	0101	0101
7	0111	0100	0100
8	1000	1100	1100
9	1001	1101	1000
10	1010	1111	
11	1011	1110	
12	1100	1010	
13	1101	1011	
14	1110	1001	
15	1111	1000	

Između sukcesivnih vrednosti menja se vrednost samo jednog bita



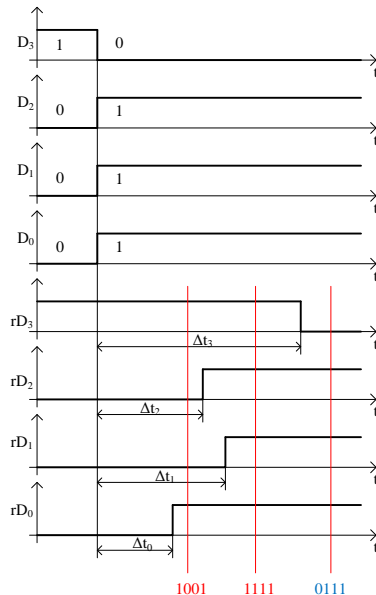
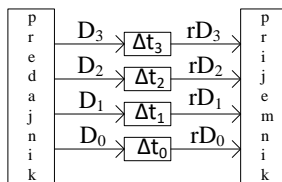
Katedra za elektroniku
prof dr Lazar Saranovac

Digitalna elektronika 1 - 2021/22

17

17

Binarni kod – promena dve sukcesivne vrednosti – 8 u 7, 1000 u 0111



Zbog različitih kašnjenja, a menjaju se sva četiri bita, prijemnik može očitati pogrešne vrednosti, ako čita u „neodovarajućim“ vremenima.

1. 1001 vrednost porasla umesto da opada
2. 1111 greška jako velika
3. Tek sada je prava



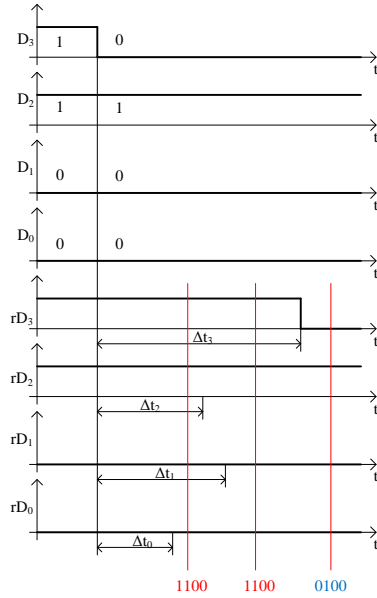
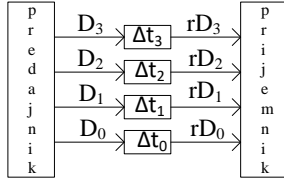
Katedra za elektroniku
prof dr Lazar Saranovac

Digitalna elektronika 1 - 2021/22

18

18

Grejov kod– promena dve sukcesivne vrednosti – 8 u 7, 1100 u 0100



Menja se vrednost samo jednog bita

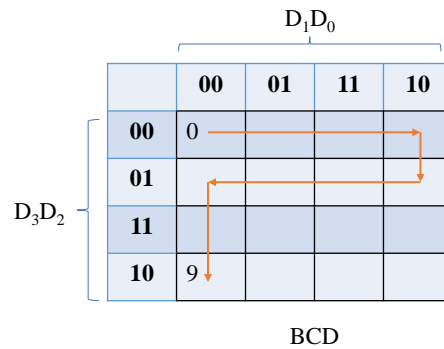
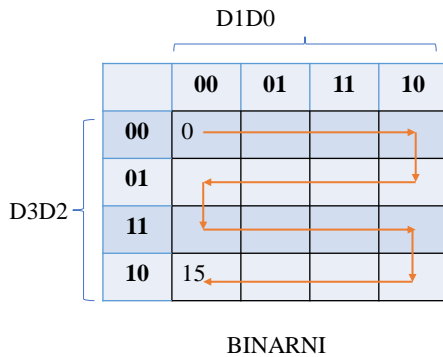
1. 1100 stara vrednost
2. 1100 stara vrednost
3. Tek sada je prava

Greška očitavanja vrednost bita najniže težine



Grejov kod – prelazak „u“ i „iz“

Prolazak kroz Karnoovu tabelu



Grejov kod – prelazak „u“ i „iz“

Uočiti $(b \oplus p) \oplus p = b$

Računski

b_{n-1}	b_{n-2}	...	b_1	b_0
\oplus	\oplus	\oplus	\oplus	\oplus
p_{n-1}	p_{n-2}	...	p_1	p_0
a_{n-1}	a_{n-2}	...	a_1	a_0
\oplus	\oplus	\oplus	\oplus	\oplus
p_{n-1}	p_{n-2}	...	p_1	p_0
b_{n-1}	b_{n-2}	...	b_1	b_0

binarni $B = b_{n-1}b_{n-2}b_{n-3} \dots b_1 b_0$

Grejov $G = g_{n-1}g_{n-2}g_{n-3} \dots g_1 g_0$

$$g_{n-1} = b_{n-1}$$

$$g_{n-2} = b_{n-1} \oplus b_{n-2}$$

$$g_{n-3} = b_{n-2} \oplus b_{n-3}$$

...

$$g_1 = b_2 \oplus b_1$$

$$g_0 = b_1 \oplus b_0$$

$$b_{n-1} = g_{n-1}$$

$$b_{n-2} = g_{n-1} \oplus g_{n-2}$$

$$b_{n-3} = g_{n-2} \oplus g_{n-3}$$

...

$$b_1 = g_2 \oplus g_1$$

$$b_0 = g_1 \oplus g_0$$



Zaštitni kodovi

Na žalost, zbog fizičkih osobina signala, fizike procesa, prilikom obrade, smeštanja i prenosa informacija može doći do grešaka.

Bit(i) promeni(e) vrednost sa 0 na 1, ili sa 1 na 0.

Da bi se ovo detektovalo i eventualno ispravilo koriste se „zaštitni kodovi“.

Bit parnosti

Decimalni kod	Binarni kod	Bit parnost	Kompletan kod
0	0 0 0	0	0 0 0 0
1	0 0 1	1	0 0 1 1
2	0 1 0	1	0 1 0 1
3	0 1 1	0	0 1 1 0
4	1 0 0	1	1 0 0 1
5	1 0 1	0	1 0 1 0
6	1 1 0	0	1 1 0 0
7	1 1 1	1	1 1 1 1

Dodaje se zaštitni bit.

Vrednost zaštitnog bita je takva da ukupan broj jedinica u kodu bude paran.
EKSILI

Na prijemu se proverava kod.

Može da se detektuje greška nastala na 1, 3, ... bita. Neparan broj grešaka.

Parna parnost

Neparna parnost – neparan broj jedinica

8 od 16



Zaštitni kodovi – CRC – Cyclic Redundancy Check

Predstava binarne vrednosti u obliku polinoma

$$b_{n-1}b_{n-2}b_{n-3} \dots b_1b_0 \equiv b(X) = b_{n-1}X^{n-1} + b_{n-2}X^{n-2} + b_{n-3}X^{n-3} + \dots + b_1X^1 + b_0X^0$$

B	1	0	1	0	1	0	0	1	0	1
P	X⁹	0	X⁷	0	X⁵	0	0	X²	0	X⁰=1

$$1010100101 \equiv X^9 + X^7 + X^5 + X^2 + 1$$

Osnova CRC kodova je
Generator polynomial stepena k

$$g(X) = g_kX^k + g_{k-1}X^{k-1} + g_{k-2}X^{k-2} + \dots + g_1X^1 + g_0X^0$$

Na osnovu generator polinoma dodaje se k zaštitnih bita

Vrednost zaštitnih bita se određuje na osnovu ostatka koji se dobija deljenjem

$$(P \times X^k) \div g(X)$$

po modulu 2



Primer

Poruka = 11100110

$$11100110 \equiv X^7 + X^6 + X^5 + X^2 + X$$

Generator polynomial $X^4 + X^3 + 1$

$$\frac{(X^7 + X^6 + X^5 + X^2 + X)X^4}{X^4 + X^3 + 1} = \frac{X^{11} + X^{10} + X^9 + X^6 + X^5}{X^4 + X^3 + 1} = X^7 + X^5 + X^4 + X^2 + X + \frac{X^2 + X}{X^4 + X^3 + 1}$$

Ostatak je $X^2 + X \equiv 0110$

Poruka koja se šalje 11100110**0110**

po modulu 2

$$\begin{aligned} (X^7 + X^5 + X^4 + X^2 + X) \times (X^4 + X^3 + 1) &= \\ (X^{11} + X^9 + X^8 + X^6 + X^5) + &+ \\ (X^{10} + X^8 + X^7 + X^5 + X^4) + &+ \\ (X^7 + X^5 + X^4 + X^2 + X) = & \\ X^{11} + X^{10} + X^9 + X^6 + X^5 + (X^2 + X) & \end{aligned}$$

+ daje po modulu 2 rezultat 0 0



Kako se zaista radi

Deljenje po modulu 2

↓

Oduzimanje bez prenosa pozajmice

↓

EKSILI

	1	1	1	0	0	1	1	0	0	0(1)	0(1)	0
⊕	1	1	0	0	1							
R	0	0	1	0	1							
		0	1	0	1	1						
⊕		0	0	0	0	0						
R		0	1	0	1	1						
			1	0	1	1	1					
⊕			1	1	0	0	1					
R			0	1	1	1	0					
				1	1	1	0	0				
⊕				1	1	0	0	1				
R				0	0	1	0	1				
					0	1	0	1	0			
⊕					0	0	0	0	0			
R					0	1	0	1	0			
						1	0	1	0	0(1)		
⊕						1	1	0	0	1		
R						0	1	1	0	1(0)		
							1	1	0	1(0)	0(1)	
⊕							1	1	0	0	1	
R							0	0	0	1(0)	1(0)	
							0	0	0	1(0)	1(0)	
							0	0	0	1(0)	1(0)	0

Uočiti na prijemu ako je ispravno preneto

poslednja 4 bita 0110

rezultat bi bio 00000

Katedra za elektroniku
prof dr Lazar Saranovac

Digitalna elektronika 1 - 2021/22

25

25

Hemingov kod - Hamming code

Hamming distance – Hemingovo rastojanje

U binarnom svetu Hemingovo rastojanje dve kodne reči je broj različitih bita između te dve kodne reči. Hemingovo rastojanje koda je minimalno Hemingovo rastojanje posmatrajući bilo koje dve kodne reči.

10011
10110
d=2

Hemingovo rastojanje binarnog koda $d=1$

Hemingovo rastojanje binarnog koda sa bitom parnosti $d=2$

Na osnovu teorije kodovanja:

U kodu je moguće otkrivanje k grešaka ako je Hemingovo rastojanje koda $d \geq k+1$

U kodu je moguća korekcija l grešaka ako je Hemingovo rastojanje koda $d \geq 2l+1$

Katedra za elektroniku
prof dr Lazar Saranovac

Digitalna elektronika 1 - 2021/22

26

26

Hemingov kod - Hamming code

$d=3$, detekcija i ispravljanje jedne greške

Za poruku dužine n bita broj redundantnih bita r koji se dodaju mora da ispuni uslov

$$2^r \geq n + r + 1$$

Ukupna dužina poruke posle kodovanja maksimalno može da bude

$$n + r \leq 2^r - 1$$

Odnosno broj bita poruke koji se može zaštititi sa r zaštitnih bita

$$n \leq 2^r - r - 1$$



Hemingov kod - Hamming code

Algoritam na predaji

1. Numerišu se biti poruke, 1, 2, 3, ... bilo počevši od LSB ili MSB, nebitno, ali bitno da se zna
2. Zaštitni biti se nalaze na pozicijama 2^i
3. Vrednost zaštitnog bita je bit parnosti svih bita koji imaju 1 na istoj poziciji

...	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
	1101	1100	1011	1010	1001	1000	0111	0110	0101	0100	0011	0010	0001	
				i_5	i_4	r_3	i_3	i_2	i_1	r_2	i_0	r_1	r_0	
	x		x		x		x		x		x			r_0
	x		x	x			x	x			x			r_1
	x	x					x	x	x					r_2
	x	x	x	x	x									r_3



Hemingov kod - Hamming code

Algoritam na prijemu

1. Numerišu se biti poruke, 1, 2, 3, ... isto kao na predaji
2. Računa se bit parnosti

...	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	
	1101	1100	1011	1010	1001	1000	0111	0110	0101	0100	0011	0010	0001	
				i_5	i_4	r_3	i_3	i_2	i_1	r_2	i_0	r_1	r_0	
	x		x		x		x		x		x		x	p_0
	x		x	x			x	x			x	x		p_1
	x	x					x	x	x	x				p_2
	x	x	x	x	x	x								p_3
														...

... $p_3 p_2 p_1 p_0 = 00 \dots 0000$ Ne postoji greška

... $p_3 p_2 p_1 p_0 \neq 00 \dots 0000$ Postoji greška na poziciji ... $p_3 p_2 p_1 p_0$



Bit parnosti $d=2$

Termometarski kod $d = 1$

00...001 i 00..011

001100111 - Gde je greška? Postoji ali

001111111 - Da li postoji greška? Možda.

„jedan od“ $d=2$

00...001 i 00..010

001000100 – Gde je greška? Postoji ali ...

001000000 - Da li postoji greška? Možda.

Grejov kod $d=1$

Nije namenjen za otkrivanje grešaka

